

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Факультет компьютерных систем и информационных технологий  
Кафедра прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета компьютерных  
систем и информационных технологий  
\_\_\_\_\_ Кочевский А. А.  
\_\_\_\_\_ *адрес* \_\_\_\_\_ 2023 г.



ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
по учебной дисциплине

«Прямые методы в математической физике»

01.04.02 Прикладная математика и информатика

«Математическое моделирование сложных систем»

Разработчик:

доцент \_\_\_\_\_ *Щелоков В. С.* Щелоков В. С.

ФОС рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики  
от 18 апреля 2023 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ *Малый В. В.* Малый В. В.

Луганск 2023 г.

**Паспорт  
фонда оценочных средств по учебной дисциплине  
«Прямые методы в математической физике»**

**Перечень компетенций (элементов компетенций),  
формируемых в результате освоения учебной дисциплины**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Формулировка контролируемой компетенции	Контролируемые темы учебной дисциплины	Этапы формирования (семестр изучения)
1	ПК-2	способен активно участвовать в построении и исследовании новых математических моделей в естественных науках и определять возможные области их применения	Тема 1. Введение. Роль оптимизации в математической физике Тема 2. Прямые методы оптимизации и их применение в математической физике Тема 3. Метод множителей Лагранжа и оптимизационные задачи математической физики Тема 4. Метод быстрого автоматического дифференцирования (БАД-методология) и его применение к оптимизационным задачам математической физики	начальный (2)

**Показатели и критерии оценивания компетенций,  
описание шкал оценивания**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Показатель оценивания (знания, умения, навыки)	Контролируемые темы учебной дисциплины	Наименование оценочного средства
1	ПК-2	знать: место и роль общих вопросов науки в научных исследованиях; современные проблемы теории оптимизации сложных динамических систем; основные современные методы	Тема 1. Введение. Роль оптимизации в математической физике Тема 2. Прямые методы оптимизации и	индивидуальные задания, промежуточная аттестация (зачет)

		<p>решения задач оптимального управления сложными системами; новейшие открытия в естествознании; постановку проблем физико-математического и компьютерного моделирования; о взаимосвязях и фундаментальном единстве естественных наук.</p> <p>уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>эффективно использовать на практике теоретические компоненты науки: понятия, суждения, умозаключения, законы;</li> <li>представить панораму универсальных методов и законов современного естествознания;</li> <li>использовать современную вычислительную технику;</li> <li>абстрагироваться от несущественных влияний при моделировании реальных физических ситуаций;</li> <li>планировать оптимальное проведение вычислительного эксперимента.</li> <li>владеть навыками: планирования, постановки и обработки результатов вычислительного эксперимента;</li> <li>навыками самостоятельной работы на современной вычислительной технике;</li> <li>математического моделирования сложных</li> </ul>	<p>их применение в математической физике</p> <p>Тема 3. Метод множителей Лагранжа и оптимизационные задачи математической физики</p> <p>Тема 4. Метод быстрого автоматического дифференцирования (БАД-методология) и его применение к оптимизационным задачам математической физики</p>	
--	--	--	---	--

		систем и управления этими системами.		
--	--	---	--	--

## Фонды оценочных средств по дисциплине «Прямые методы в математической физике»

### Вопросы для фронтальных и индивидуальных опросов:

*Тема 1.* Введение. Роль оптимизации в математической физике.

Простейшая задача вариационного исчисления. Слабый и сильный экстремум. Участки одностороннего экстремума. Уравнение Эйлера. Условие Вейерштрасса-Эрдмана. Существование решения вариационной задачи. Случаи вырождения. Задача Бернулли. Пример Вейерштрасса. Системы с сосредоточенными и распределенными параметрами. Закон Ньютона, принцип наименьшего времени Ферма, вариационные принципы газовой динамики, магнитной гидродинамики.

*Тема 2.* Прямые методы оптимизации и их применение в математической физике.

Абстрактная постановка задачи аппроксимации, каркас решения, восполнение каркаса. Мера аппроксимации решения непрерывной задачи оптимизации конечномерной задачей. Способы приближения решений.

Обзор основных методов численного решения задач безусловной оптимизации: градиентные методы, метод Ньютона, метод сопряженных градиентов.

Обзор основных методов численного решения задач условной оптимизации, возникающих в математической физике: методы спуска, методы штрафных функций, метод локальных вариаций

Знакомство с современными пакетами оптимизации: ДИСО, ДАСОТА. Важность работы с пакетом в диалоговом режиме.

Обзор задач оптимизации аэродинамических характеристик крыловых профилей. Методы решения подобных задач. Сведение задач оптимизации профиля к решению обратных краевых задач.

Обтекание цилиндра и произвольного профиля потоком идеальной несжимаемой жидкости. Постановка задачи оптимизации профиля. Обратная задача теории профиля. Ее решение. Задача о нахождении оптимального профиля в потоке вязкой жидкости.

*Тема 3.* Метод множителей Лагранжа и оптимизационные задачи математической физики.

Относительный экстремум функции многих переменных. Метод множителей Лагранжа.

Обтекание плоской дуги сверхзвуковым потоком совершенного газа. Характеристики течения. Область зависимости решения. Постановка задачи выбора оптимальной дуги. Решение этой задачи для случая линеаризованного сверхзвукового течения и для случая гиперзвукового течения Ньютона. Метод

контрольного контура Никольского. Сопряженная задача. Исследование решения оптимизационной задачи.

Общая идея метода множителей Лагранжа для задач с распределенными параметрами. Применение общего метода множителей Лагранжа к решению задачи построения оптимальной формы плоского крылового профиля.

Задача об оптимальном управлении тепловым процессом.

*Тема 4.* Метод быстрого автоматического дифференцирования (БАД-методология) и его применение к оптимизационным задачам математической физики.

Описание методологии быстрого автоматического дифференцирования. Ее преимущества.

Задача оптимального управления нестационарным процессом, описываемым уравнением Бюргерса. Решение этой задачи с помощью методологии быстрого автоматического дифференцирования.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «фронтальный и индивидуальный опрос»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

## Контрольные работы:

### Типовые варианты контрольных работ

#### Вариант 1.

1. Решить дифференциальное уравнение методом Рунге:

$$y'' - y + x = 0; \quad y(0) = 1, y'(1) = 0;$$

2. Решить дифференциальное уравнение методом Бунднова-Галеркина:

$$y'' - y + x = 0; \quad y(0) = 1, y'(1) = 0;$$

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «контрольная работа»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
Зачтено	Правильность решения заданий составляет 90-100%
Не зачтено	Правильность решения заданий составляет менее 90%

#### Варианты индивидуальных заданий:

##### Типовые варианты индивидуальных заданий

Задание 1. Определить тип и свести к каноническому виду

$$u_{xx} + xu_{yy} = 0, \quad (x > 0, \quad y < 0);$$

а)  $u_{xx} - xu_{yy} = 0, \quad (x < 0);$

$$2e^y u_{xy} + u_{yy} + e^{2y} u_{xx} = 0.$$

$$2u_{xx} + 3u_{xy} + u_{yy} + 7u_x + 4u_y - 2u = 0;$$

б)  $u_{xx} + 4u_{xy} + 10u_{yy} + 24u_x + 42u_y + 2(x + y) = 0;$

$$xy^2 - 2x^2 y u_{xy} + x^3 u_{yy} - y^2 u_x = 0.$$

$$u_{xx} + u_{xy} - 2u_{yy} - 3u_x - 15u_y + 27 = 0;$$

в)  $xu_{xx} + 2xu_{xy} - (1 - x)u_{yy} = 0;$

$$y^2 u_{xx} + 2xu_{xy} + x^2 u_{yy} = 0.$$

$$u_{xx} + 2 \sin x u_{xy} \cos^2 x u_{yy} - \cos x u_y = 0;$$

г)  $yu_{xx} + u_{yy} = 0, \quad y > 0;$

$$u_{xx} - 2yu_{xy} + u_{yy} + 9u_x - 9u = 0.$$

**Задание 2.** Решить уравнение гиперболического типа

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad x \in [0, \infty), \quad 0 < t < \infty \text{ с начальными условиями}$$

$$u(x, 0) = \phi(x), \quad u'_t(x, 0) = \psi(x) \text{ и краевыми условиями } u(0, t) = 0 \text{ или}$$

$$u'_x(0, t) = 0 \text{ по методу Даламбера:}$$

$$\phi(x) = 0, \quad \psi(x) = x^2 \cos x, \quad u(0, t) = 0, \quad a = 1.$$

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «индивидуальные задания»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
Зачтено	Правильность решения заданий составляет 90-100%
Не зачтено	Правильность решения заданий составляет менее 90%

### **Оценочные средства для промежуточной аттестации (зачет)**

Зачёт выставляется при условии выполнения студентом всех мероприятий текущего контроля с положительным результатом.

## Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)

## Экспертное заключение

Представленный фонд оценочных средств (далее – ФОС) по дисциплине «Прямые методы в математической физике» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые формы и средства текущего и промежуточного контроля адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины представлены в полном объеме.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанному направлению.

Председатель учебно-методической  
комиссии факультета компьютерных  
систем и информационных  
технологий



Ветрова Н. Н.